

**10 класс**

1. Найдите все натуральные  $n$  такие, что  $n + S(n) = 2025$ , где  $S(n)$  – сумма цифр числа  $n$ .

2. Найдите все действительные корни уравнения

$$(x - 2024)^4 + (x - 2025)^2 = 1$$

3. После товарищеского матча по футболу две команды (каждая из которых состоит из 18 игроков, включая 2 вратарей и запасных игроков) решили поехать на озеро искупаться. Им предоставили два автобуса вместимостью 18 человек каждый. Игроки двух команд расселись в эти два автобуса случайным образом. Найти вероятность, что в каждом из автобусов есть хотя бы один вратарь.

4. Для произвольного четырехугольника  $ABCD$  докажите, что его площадь  $S$  удовлетворяет неравенству  $4S \leq (AB + BC)(CD + DA)$ .

5. На плоскости прямолинейно с постоянными (не обязательно равными) скоростями движутся три точки. В некоторый момент времени они не находились на одной прямой. Могут ли после этого все три точки выстроиться вдоль каких-либо прямых более двух раз?

6. Последовательность  $a_n, n \geq 0$  задана условиями  $a_0 = 0$ ,  $a_{n+1} = ka_n + \sqrt{(k^2 - 1)a_n^2 + 2025}, n \geq 0$ , где  $k$  некоторое натуральное число. Доказать, что все члены последовательности целые, а члены с четными номерами делятся на  $2k$ .