

**11 класс**

1. Найдите все натуральные  $n$  такие, что  $n+2S(n)=2025$ , где  $S(n)$  – сумма цифр числа  $n$ .
2. После товарищеского матча по футболу две команды (каждая из которых состоит из 18 игроков, включая 2 вратарей и запасных игроков) решили поехать на озеро искупаться. Им предоставили два автобуса вместимостью 18 человек каждый. Игроки двух команд расселись в эти автобусы случайным образом. Найдите вероятность того, что в каждом из автобусов оказалось ровно по 2 вратаря.
3. Задан многочлен  $P(x) = x^2 - a$ . При всех  $a$  найти многочлен четвертой степени  $Q(x)$ , коммутирующий с  $P(x)$ , то есть такой, что  $P(Q(x)) = Q(P(x))$  при всех  $x$ .
4. В пространстве прямолинейно с постоянными (не обязательно равными) скоростями движутся три точки. В некоторый момент времени они не находились на одной прямой. Могут ли они после этого оказаться на одной прямой более двух раз?
5. Дан правильный тетраэдр с ребром 1. Найдите наибольшую площадь его ортогональной (перпендикулярной) проекции на некоторую плоскость.
6. Найдите уравнение третьей степени с целыми коэффициентами, корнями которого являются значения  $\cos \frac{2\pi}{7}$ ,  $\cos \frac{4\pi}{7}$  и  $\cos \frac{8\pi}{7}$  (требуется явно найти коэффициенты уравнения).