

## 10 класс

1. Сколько всего шестизначных натуральных чисел, десятичная запись которых не содержит цифры 5 и каждая последующая цифра меньше предыдущей?
2. Решите уравнение в целых числах:  $19a^3 - 7b^2 = 2024$ .
3. Рассматриваются все трапеции площади 1, длины диагоналей которых  $d_1$  и  $d_2$ ,  $d_1 \geq d_2$ . Какова наименьшая возможная длина диагонали  $d_1$  у таких трапеций? (Напомним, что трапецией является выпуклый четырехугольник, две стороны которого параллельны, две другие – не параллельны)
4. Известно, что уравнение  $x^2 + bx + c = 0$  имеет два различных действительных корня. Сколько различных действительных корней имеет уравнение  $x^4 - bx^3 + (c - 2)x^2 + bx + 1 = 0$ ?
5. В треугольнике  $MNP$  известно, что  $NP > MN$ . Биссектриса  $NL$  внутреннего угла треугольника пересекает окружность, описанную около треугольника  $MNP$ , в точке  $Q$ . На отрезке  $NP$  выбрана точка  $K$  так, что  $NK = NM$ . Докажите, что около четырехугольника  $KPQL$  можно описать окружность.
6. В классе учатся 20 учеников. Известно, что любые два ученика либо дружат друг с другом, либо не дружат. Если дружат – могут списать домашнее задание друг у друга, если не дружат – не могут. Учитель знает, что если хотя бы один ученик сделает домашнее задание, то к следующему уроку оно будет сделано у всех. Докажите, что можно выделить 6 учеников из этого класса так, что все остальные либо дружат с кем-то из этих шести, либо дружат с кем-то из друзей этих шести.