

## 11 класс

1. У математика есть банковская карта с четырехзначным пин-кодом, состоящим из ненулевых цифр. Известно, что если пин-код карты умножить на 6 и поделить на 5, то получится число из тех же цифр, но в обратном порядке. Найдите все возможные значения такого пин-кода.
2. Приведите пример такого многочлена третьей степени с целыми коэффициентами, для которого иррациональное число  $a = \sqrt[3]{2023 - \sqrt{2022 \cdot 2024}} + \sqrt[3]{2023 + \sqrt{2022 \cdot 2024}}$  является корнем.
3. Пусть квадратные трёхчлены  $g(x)$  и  $h(x)$  удовлетворяют неравенству  $g'(x)h'(x) \geq |g(x)| + |h(x)|$  при всех действительных  $x$ . Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = g(x) \cdot h(x)$  на всей числовой оси.
4. В гостинице из 2023 одноместных комнат действуют правила: 1) каждый номер сдаётся ровно на сутки; 2) внутри каждой комнаты висит табличка с номером другой комнаты, в которую можно переехать из текущей. В понедельник в 12.00 в гостиницу заселились 2023 жителя и, соблюдая правила проживания, провели там  $m$  дней ( $m > 1$ ). Оказалось, что последние сутки пребывания в отеле они провели в тех же номерах, в которые заселились изначально; при этом каждый гость успел пожить в  $m-1$  разных комнатах. За какое наименьшее количество дней это могло произойти?
5. Окружность, проходящая через вершины  $A$  и  $B$  треугольника  $ABC$ , пересекает его стороны  $BC$  и  $AC$  во внутренних точках  $Q$  и  $P$  соответственно, причём  $AP = 3PC$ . Докажите, что  $\angle ABM = \angle MQR$ , где  $BM$  – медиана треугольника  $ABC$ .
6. Дана сфера единичного радиуса и точка  $S$  на ней. Рассматриваются всевозможные тетраэдры с вершиной  $S$ , имеющие попарно перпендикулярные ребра, исходящие из этой вершины. Докажите, что плоскости оснований всех таких пирамид имеют непустое пересечение. Найдите множество, являющееся этим пересечением.