

9 класс

1. Что больше: $2023^{4048} + 2024^{4046}$ или $2^{2024} \cdot 2023^{2024} \cdot 1012^{2023}$?
2. На доске написана дробь $\frac{437}{444}$. Каждую секунду к числителю дроби добавляют натуральное число n , меньшее 40, а из знаменателя вычитают это же число n . Через какое наименьшее время могло оказаться так, что полученная дробь равна целому числу?
3. Известно, что квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два положительных корня, один из которых больше 1, а другой меньше 1. Сколько корней может иметь квадратный трехчлен $(a + c)x^2 + (a + b)x + (b + c)$?
4. Существуют ли 2023 целых числа, сумма квадратов которых равна 202320232023202320232023, а сумма их всевозможных попарных произведений равна 202420242024202420242024?
5. В выпуклом четырехугольнике ABCD $\angle B = 120^\circ$, $\angle D = 30^\circ$. Точки M, N, P, Q - середины BC, AD, AC и BD соответственно. Оказалось, что точки M, N, P и Q лежат на одной окружности. Найдите площадь ABCD, если $BC = 2\sqrt{3}$, а $MQ = 4$.
6. Клетки доски 8×8 раскрашены в 32 цвета так что каждым цветом окрашено ровно 2 клетки. Докажите, что на доске можно расставить 8 ладей так, чтобы они стояли на клетках разного цвета и не били друг друга.