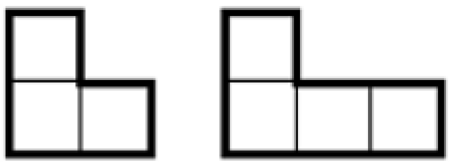
5 класс

1. Бумажная полоска разделена на 2025 клеток. Амир зачеркивает каждую седьмую клетку, Дамир - из оставшихся каждую пятую клетку, Камиль - из оставшихся зачеркнул каждую третью клетку. А Шамиль зачеркнул все клетки, что остались. Сколько клеток зачеркнул Шамиль?
2. Составьте какой-нибудь квадрат, используя плитки двух типов (см. рисунок). Плитка каждого типа должна быть использована хотя бы один раз.



3. В волшебном ожерелье, представляющем круг из 14 бусин, есть хотя бы одна розовая и хотя бы одна зеленая, бусины бывают только этих цветов. Каждую секунду происходит волшебство: бусина, у которой обе соседки были одного цвета, становится розовой, а бусина, у которой соседки были разных цветов, становится зеленой. Могут ли все бусины в некоторый момент времени одновременно стать зелеными?
4. В одной школе отличники всегда говорят правду, а двоечники всегда лгут. Однажды 65 школьников по очереди были вызваны к директору. Каждый из них после этого сказал: «Среди людей, бывших в кабинете директора до меня, отличников ровно на 20 меньше, чем двоечников». Сколько отличников было среди 65 школьников?
5. Перед фокусником лежат две кучки конфет: в одной 20 конфет, а во второй – 25. Фокус «Добавляйтус» увеличивает количество конфет в одной куче на 6, но уменьшает количество конфет в другой куче на 1. А фокус «Забирайтус» уменьшает количество конфет в одной куче на 3, а в другой – на 7. Оба фокуса срабатывают только в случае, когда в кучах достаточно конфет, чтобы их количество можно было уменьшить. Может ли фокусник такими фокусами получить в одной куче 22 конфеты, а в другой - 55?

6 класс

1. В одном из лунных городов имеют хождение монеты в 13, 21 и 29 фертингов, а монет с другим номиналом нет. Однажды Пончик купил бутерброд, расплатившись несколькими монетами по 21 фертингу, и получил на сдачу на 4 монеты больше, чем дал продавцу, причём монеты всех трёх видов участвовали в обмене. Мог ли бутерброд стоить 4 фертинга?

2. Сравнить дроби $\frac{\frac{1}{2021}-\frac{1}{2022}+\frac{1}{2023}-\frac{1}{2024}}{\frac{1}{2021}+\frac{1}{2022}+\frac{1}{2023}+\frac{1}{2024}}$ и $\frac{\frac{1}{2021}-\frac{1}{2022}+\frac{1}{2023}-\frac{1}{2024}+\frac{1}{2025}}{\frac{1}{2021}+\frac{1}{2022}+\frac{1}{2023}+\frac{1}{2024}+\frac{1}{2025}}$. Ответ обоснуйте.

3. На острове живут три племени: эльфы, гоблины и гномы. Однажды 16 островитян, среди которых были представители всех трёх племён, встали в клетках квадрата 4х4 так, что в одной клетке квадрата 1х1 оказался ровно один островитянин. Каждый из них сказал: «Ровно один мой сосед – эльф (соседями считают островитян, которые стоят в квадратах 1х1, имеющих общую сторону). Известно, что эльфы всегда говорят правду, гоблины всегда лгут, а гномы говорят правду только тогда, когда имеют хотя бы одного соседа – эльфа. Какое наибольшее количество эльфов могло оказаться среди этих 16 островитян? Приведите пример такого расположения островитян и докажите, что большего количества эльфов быть не могло.

4. Однажды Сабина убегала от хулигана Ромы. Около магазина «Чёрное и жёлтое», Рома оказался через 10 секунд после Сабины, остановился на некоторое время и продолжил погоню. У подъезда Сабины он оказался ровно в тот момент, когда Сабина захлопнула дверь. Если бы Рома не задерживался около магазина, то он догнал бы Сабину в 8 метрах от подъезда. Сколько секунд Рома стоял около магазина, если известно, что магазин находится в 48 метрах от подъезда? Скорости бега Ромы и Сабины всегда постоянные.

5. По кругу сели 2025 человек. В начале одному из них выдали 2024 конфеты, а его соседу (по часовой стрелке) – одну конфету. Каждую секунду те, у кого имеются конфеты, передают по одной конфете ближайшему по часовой стрелке от себя человеку у которого конфет нет (например, через секунду у первого будет 2023 конфеты, у третьего – две). Может ли в какой-то момент у каждого из сидящих в этом круге оказаться ровно по одной конфете?